

# Simulasi Numerik Model Vaksinasi Transmisi Virus Influenza dengan *Incidence Rate*

Irma Suryani

*Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Jalan HR. Soebrantas km 15,5, Pekanbaru 28291, Indonesia*

*Korespondensi; Irma Suryani, Email: irma.suryani@uin-suska.ac.id*

## Abstrak

Model Vaksinasi Transmisi Virus Influenza dengan *Incidence Rate* ini merupakan model vaksinasi yang ditambahkan asumsi laju tingkat jenuh (*Incidence Rate*). Analisis terhadap eksistensi solusi periodik menunjukkan bahwa tidak memuat orbit periodik pada himpunan positif kelas yang divaksin. Simulasi diberikan dengan nilai parameter yang berbeda terhadap nilai laju individu yang divaksin terinfeksi dan laju kontak yang berbeda. Kemudian simulasi dan *potret phase* yang diperoleh diinterpretasikan dan dibandingkan dengan model sebelumnya. Hasil menunjukkan bahwa dengan adanya laju tingkat jenuh (*Incidence Rate*), kejadian individu terinfeksi baru sedikit daripada model sebelumnya.

**Kata Kunci:** Kriteria Bendixson-Dulac, Maple, Model Vaksinasi Transmisi Virus Influenza, *Incidence Rate*, Nilai Parameter.

## Abstract

This Influenza Virus Transmission Vaccination Model with *Incidence Rate* is a vaccination model which adds the assumption of a saturation rate (*Incidence Rate*). Analysis of the existence of the periodic solution shows that it does not contain periodic orbits in the positive set of vaccinated classes. Simulations are given with different parameter values for the rate at which vaccinated individuals become infected and at different contact rates. Then the simulations and phase portraits obtained are interpreted and compared with the previous model. The results show that with the presence of a saturation rate (*Incidence Rate*), the incidence of new infected individuals is less than in the previous model.

**Keywords:** Bendixson-Dulac Criteria, Maple, Influenza Virus Transmission Vaccination Model, *Incidence Rate*, Parameter Values.

---

## Pendahuluan

Penyakit yang sering menyerang manusia salah satunya adalah influenza atau yang sering disebut flu. Influenza (sering disebut flu) disebabkan oleh virus. Virus influenza dapat menyerang orang sekitar yang terkena virusnya. Oleh sebab itu, virus influenza mempunyai dampak penting (patogen) terhadap manusia. Salah satu penyakit pernapasan yang disebabkan oleh keluarga RNA virus Orthomyxoviridae adalah influenza [1]–[3]. Rekonstruksi filogenetik dari virus flu dengan menggunakan sampel - sampel yang masih ada belakangan ini telah dilakukan. Pengembangan penelitian ini meluas diteliti guna kepentingan kesehatan manusia.

Virus influenza dapat dikatakan telah hidup berdampingan dengan manusia. Manusia dapat terserang influenza kapan dan dimana saja. Di Amerika, virus influenza mempengaruhi 25 hingga 50 juta orang, sekitar 20 hingga 40 ribu kematian terkait influenza [4] sehingga negara fokus untuk melakukan pencegahan terhadap virus influenza. Pencegahan terhadap virus ini dapat dilakukan dengan vaksin. Walaupun vaksin merupakan cara yang efektif untuk melawan infeksi influenza [4], namun vaksin yang terdiri dari virus yang dilemahkan tidak dapat melindungi semua penerima vaksin. Dalam hal ini,

imunitas atau kekebalan tubuh sangat diperlukan dalam proses pencegahan virus tersebut. Karena, perlindungan yang diberikan vaksin ini juga tergantung kepada kekebalan tubuh si penerima vaksin. Biasanya vaksin influenza melindungi 70% - 90% dari penerima diantara orang dewasa muda yang sehat dan serendah 30% - 40% dari lansia dan lainnya dengan sistem kekebalan yang lemah (seperti terinfeksi HIV atau imunosupresi pasien transplantasi) [5].

Lebih lanjut, vaksin influenza ini diharapkan dapat melindungi semua penerima vaksin. Vaksin ini juga diharapkan dapat berhasil memberantas infeksi influenza dalam suatu populasi. Indonesia merupakan negara tropis serta wabah influenza. Namun, kegagalan dari vaksin influenza ini juga tidak bisa dihindarkan. Karena itu semua kembali kepada imunitas dari penerima vaksin dan lingkungan disekitarnya. Melalui pemodelan matematika, dapat dimodelkan dampak imunisasi/vaksin influenza ini dalam suatu populasi. Dengan melihat sebagian keefektifan vaksin, diharapkan vaksin dapat mengontrol transmisi infeksi influenza.

Model matematika telah banyak digunakan dalam berbagai bidang kesehatan salah satunya dalam hal vaksinasi. Model matematika dapat digunakan untuk menentukan kemampuan vaksin dalam mengontrol infeksi penyakit lainnya dan beberapa temuan telah dikuatkan oleh studi klinis. Beberapa model matematika dimodelkan untuk penularan infeksi influenza [6]–[8].

Alexander [9] telah membahas dinamika transmisi infeksi influenza yang dinormalisasi serta analisis dari ekuilibrium NR (*normalized-reduced*) model tersebut. Pada penelitian ini semua individu yang direkrut ke dalam populasi sebagai rentan. Untuk mendapatkan persamaan, pada model diklasifikasikan menjadi beberapa kelas dari populasi ( $\tilde{N}$ ) yaitu kelas populasi rentan (*Susceptible*,  $\tilde{S}$ ), kelas populasi vaksinasi (*Vaccine*,  $\tilde{V}$ ), kelas populasi terinfeksi (*Infected*,  $\tilde{I}$ ), dan kelas populasi sembuh (*Recovered*,  $\tilde{R}$ ). Analisisnya menunjukkan bahwa model yang dibentuk memiliki ekuilibrium endemik yang stabil. Dan dari simulasi yang diberikannya juga memperlihatkan bagaimana terjadinya bifurkasi backward dalam model tersebut.

Lebih lanjut, disini penulis melanjutkan penelitian yang telah dilakukan sebelumnya dengan menggunakan model normalisasi pada jurnal Alexander et al [9] dengan menambahkan asumsi tingkat kejenuhan ( $\frac{\beta SI}{1+\xi I}$ ) kemudian dibuatkan simulasi numerik. Lebih lanjut, analisis dinamika yang terjadi pada model yang telah dibentuk dan kemudian dibandingkan dengan model pada jurnal Alexander et al [9].

## Landasan Teori

Pada bagian ini akan di bahas mengenai titik equilibrium dan kestabilannya serta salah satu fungsi penting yang menjadi dasar dalam penelitian ini yaitu fungsi Dulac.

### Titik Ekulibrium dan Kestabilannya

Secara umum, model penyebaran penyakit biasanya mempunyai dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik penyakit. Titik ekuilibrium bebas penyakit artinya tidak ada individu yang terinfeksi penyakit dalam populasi, sedangkan titik ekuilibrium endemik penyakit artinya ada individu yang terinfeksi penyakit dalam populasi. Konsep perilaku sistem pada titik ekuilibrium dikenal sebagai kestabilan titik ekuilibrium. Kestabilan tersebut merupakan informasi untuk menggambarkan perilaku sistem. Berikut diberikan definisi titik ekuilibrium,

**Definisi 1.**[10]: Vektor  $\hat{x} \in R^n$  disebut titik ekuilibrium Sistem  $\dot{x} = f(x)$  jika  $f(\hat{x}) = 0$ .

**Definisi 2.**[10]: Titik ekuilibrium  $\hat{x} \in R^n$  dari sistem  $\dot{x} = f(x)$  dapat dikatakan:

- Stabil lokal jika untuk setiap  $\varepsilon > 0$  terdapat  $\delta > 0$  sedemikian hingga untuk setiap solusi  $x(t)$  yang memenuhi  $\|x(t_0) - \hat{x}\| < \delta$  berlaku  $\|x(t) - \hat{x}\| < \varepsilon$  untuk setiap  $t \geq t_0$ .

- b. Stabil asimtotik lokal jika titik ekuilibrium  $\hat{x} \in R^n$  stabil lokal dan terdapat bilangan  $\delta_0 > 0$  sehingga untuk setiap solusi  $x(t)$  yang memenuhi  $\|x(t) - \hat{x}\| < \delta_0$  maka berlaku  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \hat{x}$ .
- c. Tidak stabil jika titik ekuilibrium  $\hat{x} \in R^n$  tidak memenuhi (a).

Jika untuk sembarang titik awal, solusi sistem persamaan diferensial  $x(t)$  berada dekat dengan titik ekuilibrium  $\hat{x} \in R^n$  maka titik ekuilibrium  $\hat{x} \in R^n$  stabil global. Sementara itu jika untuk sembarang titik awal, solusi sistem persamaan diferensial  $x(t)$  berada dekat dengan titik ekuilibrium  $\hat{x} \in R^n$  dan untuk  $t$  membesar menuju tak hingga  $x(t)$  konvergen ke  $\hat{x} \in R^n$ , maka titik ekuilibrium  $\hat{x} \in R^n$  stabil asimtotik global.

**Fungsi Dulac**

Ada dua tujuan penting dalam studi persamaan diferensial, pertama untuk menggambarkan dinamika di sekitar titik – titik tetap dan kedua adalah analisis lintasan periodic yang ada dalam sistem tertentu. Ada kriteria yang memungkinkan untuk mengetahui apakah suatu sistem persamaan mengandung solusi periodic atau tidak. Dalam kasus tertentu yang didefinisikan pada bidang, misalnya, kriteria Poincare-Bendixson, Bendixson-Dulac, teori indeks dan sistem khusus sebagai gradient sistem dimana diketahui orbit periodik tidak dapat ada. Untuk membangun fungsi Dulac dari suatu sistem, ingat kembali kriteria Bendixson-Dulac [11].

**Teorema 3. (Kriteria Bendixson-Dulac)** Misalkan  $f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2)$  dan  $h(x_1, x_2)$  merupakan fungsi terhubung sederhana  $C^1$  di  $D \subset R^2$  sedemikian sehingga  $\frac{\partial(f_1 h)}{\partial x_1} + \frac{\partial(f_2 h)}{\partial x_2}$  tidak berubah tanda di  $D$  dan menghilang pada himpunan nol(0), maka sistem

$$\begin{cases} x'_1 = f_1(x_1, x_2) \\ x'_2 = f_2(x_1, x_2) \end{cases}, (x_1, x_2) \in D \tag{1}$$

tidak mempunyai orbit periodik di  $D$ .

Menurut kriteria ini, untuk mengesampingkan keberadaan orbit periodik Sistem (1) di daerah  $D$  yang terhubung sederhana, perlu dicari fungsi  $h(x_1, x_2)$  yang memenuhi kondisi teorema Bendixson-Dulac sehingga  $h$  disebut fungsi *Dulac*.

**Metode**

Penelitian dilakukan dengan tahapan sebagai berikut: 1) Studi literatur mengenai model vaksinasi transmisi virus influenza. 2) Konstruksi dan modifikasi model vaksinasi transmisi virus influenza. 3) Analisis model matematika. Pada tahapan ini analisis eksistensi solusi periodik dengan menggunakan metode Dulac-Bendixson. 4) Simulasi numerik dan interpretasi. Pada tahap ini simulasi numerik dilakukan menggunakan software maple dan kemudian hasilnya diinterpretasikan dan dibandingkan dengan model sebelumnya.

**Hasil dan Pembahasan**

Pembahasan dari penelitian ini terbagi menjadi tiga bagian. Bagian pertama adalah pembahasan mengenai model matematika yang terbentuk, bagian kedua adalah hasil dan analisis dan bagian akhirnya kita tutup dengan simulasi numerik.

**Model Matematika**

Sebelumnya, diberikan Model vaksinasi transmisi virus influenza dengan *incidence rate* yang merupakan model baru setelah adanya penambahan asumsi dari Model yang telah dikenalkan oleh Alexander et all [9] yang selanjutnya disebut Sistem persamaan diferensial (2) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= (1 - \epsilon) - \frac{\beta SI}{1+\xi I} - \xi S - S + \omega V + \delta R \\ \frac{dV}{dt} &= \xi S - (1 - \sigma)\beta VI - (1 + \omega)V \\ \frac{dI}{dt} &= \epsilon + \frac{\beta SI}{1+\xi I} + (1 - \sigma)\beta VI - (1 + \alpha)I \\ \frac{dR}{dt} &= \alpha I - (1 + \delta) \end{aligned}$$

**Hasil dan Analisis**

Daerah fisible,

$$\Omega = \{(S, V, I, R) : S, V, I, R \geq 0 ; S + V + I + R = 1\} \tag{3}$$

adalah *invariant* positif Model (2). Oleh karena itu, daerah model berada dalam  $\Omega$ . Dengan menggunakan  $R = 1 - S - V - I$  dalam  $\Omega$ , kita bisa mengabaikan  $\frac{dR}{dt}$  pada Persamaan (2). Dengan demikian diperoleh Model (4) yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= (1 - \epsilon) - \frac{\beta SI}{1+\xi I} - \xi S - S + \omega V + \delta(1 - S - V - I) \\ \frac{dV}{dt} &= \xi S - (1 - \sigma)\beta VI - (1 + \omega)V \\ \frac{dI}{dt} &= \epsilon + \frac{\beta SI}{1+\xi I} + (1 - \sigma)\beta VI - (1 + \alpha)I \end{aligned} \tag{4}$$

Titik ekuilibrium bebas penyakit diperoleh dengan  $I = I^0 = 0$  sehingga diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit model vaksinasi transmisi virus influenza Model (4) yaitu,

$$E^0 = (S^0, V^0, I^0) = \left( \frac{(1+\omega)+\delta(1+\omega)}{(\xi+1-\delta)(1+\omega)-\xi(\omega-\delta)}, \frac{\xi+\delta}{(\xi+1-\delta)(1+\omega)-\xi(\omega-\delta)}, 0 \right) \tag{5}$$

Karena  $S^0, V^0, I^0$  selalu positif, artinya pada ekuilibrium tersebut sudah tidak ada infeksi dan virus lagi dalam populasi. Dalam hal ini,  $E^0$  merupakan titik ekuilibrium bebas penyakit Sistem (2).

Titik ekuilibrium endemik terjadi pada saat  $I \neq 0$  dan  $\epsilon = 0$  sehingga dari Sistem (4) diperoleh,

$$S^* = \frac{(1+\alpha)(1+\xi I^*)[(1-\sigma)\beta I^*+(1+\omega)]}{\beta[(1-\sigma)[(1+\xi I^*)\xi+\beta I^*]+(1+\omega)} \tag{6}$$

$$V^* = \frac{(1+\alpha)-\beta S^*/(1+\xi I^*)}{(1-\sigma)\beta} = \frac{1-r_0 S^*}{(1+\xi I^*)(1-\sigma)r_0} \tag{7}$$

substitusikan Persamaan (6) dan (7) ke  $\frac{dI}{dt}$  pada Persamaan (2) diperoleh,

$$E(I^*) \equiv a_1 I^{*2} + a_2 I^* + a_e = 0, \tag{8}$$

dengan,

$$\begin{aligned} a_1 &= [(1 + \alpha)(\xi + \omega\xi)] \\ a_2 &= [(1 + \alpha)(1 + \omega)] \\ a_3 &= (1 + \omega) \end{aligned}$$

Jadi, diperoleh titik ekuilibrium endemik penyakit adalah

$$E^* = (S^*, V^*, I^*) \tag{9}$$

dengan  $S^*, V^*$ , dan  $I^*$  masing – masing Persamaan (6), (7) dan (8).

Kemudian diberikan bilangan reproduksi dasar,

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\beta((1+\omega)+\xi(1-\sigma))}{(1+\alpha)(1+\omega+\xi)} \tag{10}$$

Dengan catatan bahwa  $\mathcal{R}_0$  ini merupakan bilangan reproduksi terinfeksi yang diinterpretasikan sebagai jumlahan dari orang terinfeksi dari salah satu individu terinfeksi yang masuk ke dalam populasi yang divaksin.

**Teorema 4. (Eksistensi Solusi Periodik)** Misal  $f_1(S, V, I)$ ,  $f_2(S, V, I)$  dan  $f_3(S, V, I)$  dan  $h(S, V, I)$  menjadi fungsi  $C^1$  dalam domain terhubung sederhana  $\Omega \subset R^4$  sedemikian sehingga  $\frac{\partial(f_1h)}{\partial S} + \frac{\partial(f_2h)}{\partial V} + \frac{\partial(f_3h)}{\partial I}$  tidak berubah tanda di  $\Omega$  dan menghilang mendekati nol. Maka Sistem (2) tidak mempunyai orbit periodik di  $\Omega$ .

**Bukti.** Untuk membuktikan eksistensi solusi periodik pada Sistem (2) akan digunakan teorema Dulac-Bendixson [13]. Diberikan  $\frac{\partial(f_1h)}{\partial S}$ ,  $\frac{\partial(f_2h)}{\partial V}$ , dan  $\frac{\partial(f_3h)}{\partial I}$  dimana  $f_1 = \frac{dS}{dt}$ ,  $f_2 = \frac{dV}{dt}$  dan  $f_3 = \frac{dI}{dt}$  pada Sistem (2). Misalkan  $h(S, V, I) = \frac{1}{SI}$  adalah fungsi yang terdiferensialkan pada kuadran non negatif. Selanjutnya diperoleh,

$$\begin{aligned} \nabla(S, V) &= \frac{\partial}{\partial S} \left[ \left( (1 - \epsilon) - \frac{\beta SI}{1 + \xi I} - \xi S - S + \omega V + \delta(1 - S - V - I) \right) \left( \frac{1}{V} \right) \right] \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial V} \left[ \left( \xi S - (1 - \sigma)\beta VI - (1 + \omega)V \right) \left( \frac{1}{V} \right) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial S} \left[ \frac{(1 - \epsilon)}{V} - \frac{\left( \frac{\beta SI}{1 + \xi I} \right)}{V} - \frac{\xi S}{V} - \frac{S}{V} + \frac{\omega V}{V} + \frac{\delta(1 - S - V - I)}{V} \right] + \frac{\partial}{\partial V} \left[ \frac{\xi S}{V} - \frac{(1 - \sigma)\beta VI}{V} - \frac{(1 + \omega)V}{V} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial S} \left[ \frac{(1 - \epsilon)}{V} - \frac{\left( \frac{\beta SI}{1 + \xi I} \right)}{V} - \frac{\xi S}{V} - \frac{S}{V} + \omega + \frac{\delta}{V} - \delta - \frac{\delta S}{V} - \frac{\delta}{V} \right] + \frac{\partial}{\partial V} \left[ \frac{\xi S}{V} - (1 - \sigma)\beta I - (1 + \omega) \right] \\ &= \left( \frac{\beta I}{V(1 + \xi I)} \right) - \frac{\xi}{V} - \frac{1}{V} - \frac{\delta}{V} - \frac{\xi S}{V^2} \geq 0 \end{aligned}$$

dengan syarat  $\left( \frac{\beta I}{V(1 + \xi I)} \right) \geq \frac{\xi}{V} + \frac{1}{V} + \frac{\delta}{V} + \frac{\xi S}{V^2}$ . Ini berarti bahwa Sistem (2) tidak memuat orbit periodik di himpunan bagian  $V > 0$ .

**Simulasi Numerik**

Pada subab ini, akan dilakukan simulasi numerik pada Sistem (2). Simulasi ini dibagi menjadi  $\mathcal{R}_0 < 1$  dan  $\mathcal{R}_0 > 1$ . Didefinisikan  $\Omega = \{(S, V, I, R) : S, V, I, R \geq 0 ; S + V + I + R = 1\}$  merupakan daerah fisible model dengan  $S, V, I, R$  merepresentasikan dari populasi rentan, populasi divaksin, populasi terinfeksi dan populasi recovery/sembuh, pada simulasi ini waktu t menunjukkan dalam tahun.

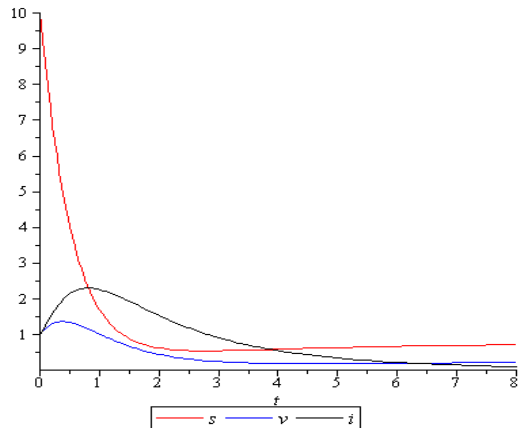
Disini, simulasi akan dilakukan untuk beberapa keadaan, yakni : (i) keadaan titik ekuilibrium  $E^0$  stabil, (ii) keadaan titik ekuilibrium  $E^*$  stabil. Adapun nilai parameter yang digunakan dalam simulasi ini dapat dilihat pada Tabel 1. Nilai parameter yang ada pada Tabel 1 kolom simulasi 1 dan simulasi 2 memenuhi kondisi yang menjamin kestabilan dari titik ekuilibrium  $E^0$ . Nilai parameter pada simulasi 3 dan simulasi 4 memenuhi kondisi yang menjamin kestabilan dari titik ekuilibrium  $E^*$ . Nilai awal dari masing-masing individu diberikan sama. Akan tetapi, laju individu rentan yang telah divaksin ( $\xi$ ) diberikan bervariasi.

**Tabel 1.** Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi numerik

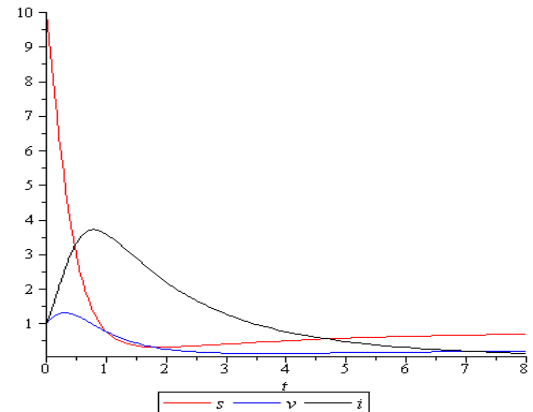
Notasi	Deskripsi	Nilai Parameter			
		Simulasi 1	Simulasi 2	Simulasi 3	Simulasi 4
$\delta$	Laju imunitas berkurang oleh infeksi	0.1	0.1	0.1	0.1
$\alpha$	Laju recovery infeksi	0.25	0.25	0.1	0.1
$\beta$	Laju kontak terinfeksi	0.5	0.5	2	2

$\epsilon$	Fraksi rekrut individu yang terinfeksi	0	0	0	0
$\sigma$	Efisiensi vaksin	0.8	0.8	0.8	0.8
$\omega$	Laju imunitas vaksin berkurang	0.1	0.1	0.1	0.1
$\xi$	Laju individu rentan yang telah divaksin	0.35	0.8	0.35	0.8

Berikut hasil simulasi numerik yang dilakukan menggunakan Maple.

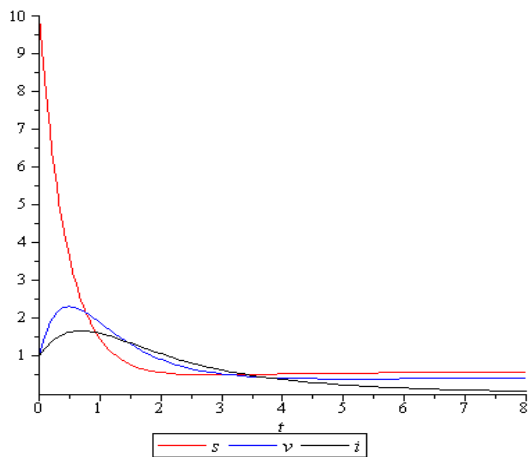


(1.a) Grafik Model dengan Incidence rate

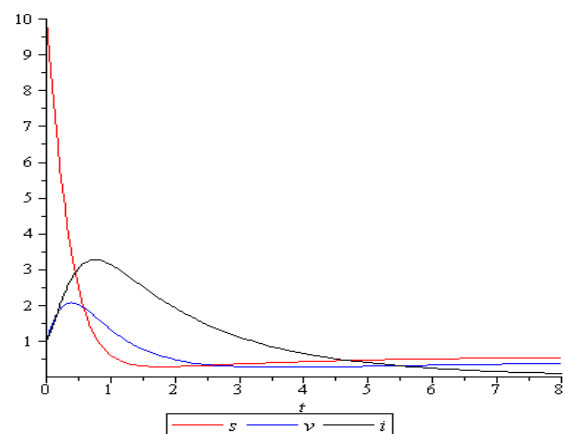


(1.b) Grafik Model Awal

Dari Gambar (1.a) dan (1.b) dengan nilai parameter simulasi 1 dan  $\mathcal{R}_0 < 1$  menunjukkan bahwa semua orbit konvergen ke titik ekuilibrium dan memenuhi kondisi kestabilannya. Tetapi Gambar (1.a) menunjukkan bahwa individu terinfeksi lebih sedikit dari pada Gambar (1.b) dengan puncak infeksi yang lebih tinggi. Pada Model yang diberikan Incidence Rate, individu yang divaksin menurun lambat dan stabil pada saat  $t = 4$  yaitu 0.32 sedangkan individu yang divaksin pada Model Awal menurun dan stabil pada saat  $t = 0.2$ . Ini menunjukkan bahwa individu rentan dan individu vaksin dalam populasi akan lambat menjadi terinfeksi sehingga individu terinfeksi lebih cepat hilang di dalam populasi.



(1.c) Grafik Model Incidence Rate

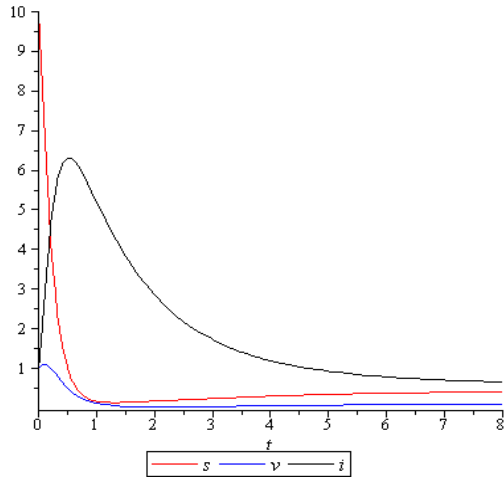


(1.d) Grafik Model Awal

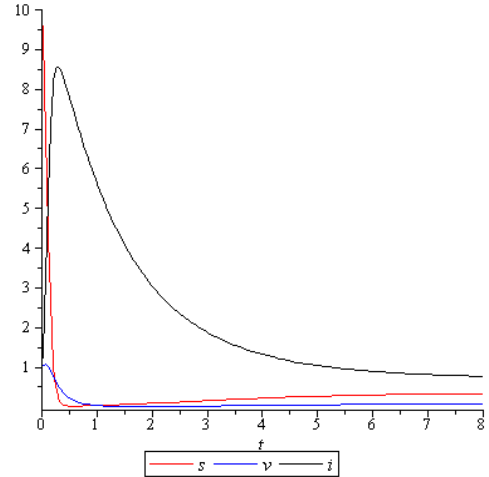
Gambar (1.c) dan (1.d) dengan nilai parameter simulasi 2 juga bisa dilihat bahwa menaikkan laju individu rentan yang telah divaksin maka populasi individu yang divaksin meningkat dan lebih tinggi dari pada individu terinfeksi pada Gambar (1.c) dan model sebelumnya Gambar (1.d), individu yang divaksin meningkat tetapi tetap berada dibawah individu terinfeksi sehingga kasus baru terinfeksi virus masih banyak. Pada Gambar (1.c) dan (1.d) dapat dilihat bahwa dengan meningkatkan laju individu yang divaksin ( $\xi$ ) dapat mengurangi individu terinfeksi turun dan meningkatnya jumlah individu yang divaksin

di dalam populasi. Ini artinya, vaksinasi sangat berpengaruh menurunkan transmisi virus influenza di dalam populasi.

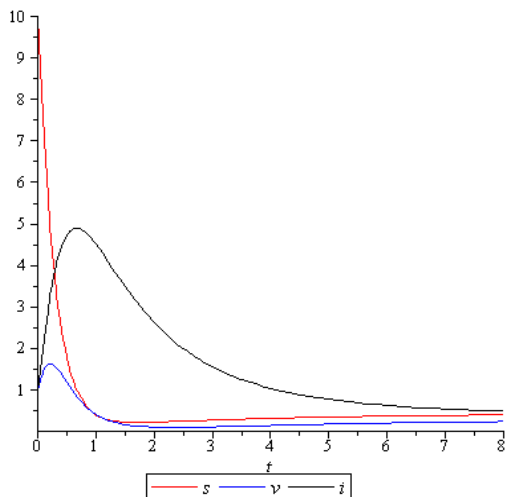
Berikut diberikan Gambar (1.e), (1.f), (1.g) dan (1.h) yang merupakan grafik dari ekuilibrium endemik dengan  $\mathcal{R}_0 > 1$ . Pada Gambar (1.e) dan (1.f) dengan nilai parameter simulasi 3 dan Gambar (1.g) dan (1.h) dengan nilai parameter simulasi 4. Pada gambar terlihat bahwa individu terinfeksi masih berada di dalam populasi sehingga dapat menularkan virus influenza ke individu rentan dan individu yang divaksin.



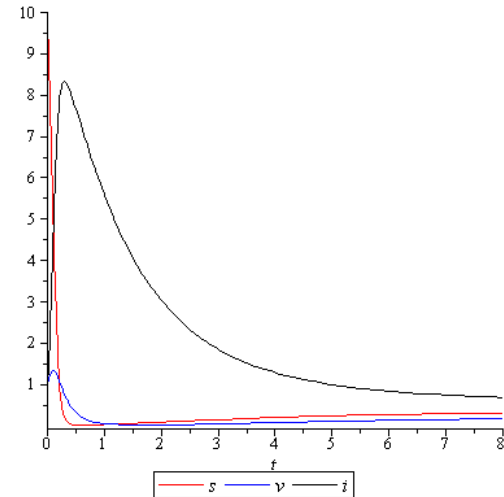
(1.e) Grafik Model Incidence Rate



(1.f) Grafik Model Awal



(1.g) Grafik Model Incidence Rate

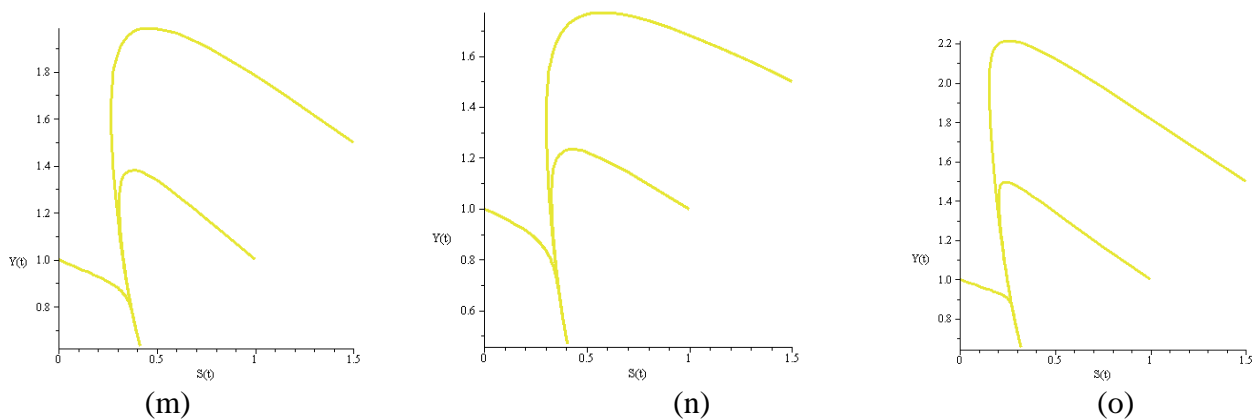


(1.h) Grafik Model Awal

Sementara, model yang diberikan *Incidence Rate* Gambar (1.e) dan (1.g) menunjukkan bahwa individu yang terinfeksi tidak naik secara signifikan seperti Gambar (1.f) dan (1.h) sehingga individu rentan dan individu yang telah divaksin nantinya juga tidak naik signifikan saat ditular virus dari individu terinfeksi. Itu artinya, kasus baru yang terinfeksi virus influenza akan lebih sedikit dari model sebelumnya. Dengan demikian, dapat dituliskan teorema sebagai berikut,

**Teorema 5.** Titik ekuilibrium endemik  $E^*$  dari Sistem (2) stabil asimtotik lokal jika  $\mathcal{R}_0 > 1$  dan tidak stabil jika  $\mathcal{R}_0 < 1$ .

Berikut diberikan potret phase dari Sistem (2).

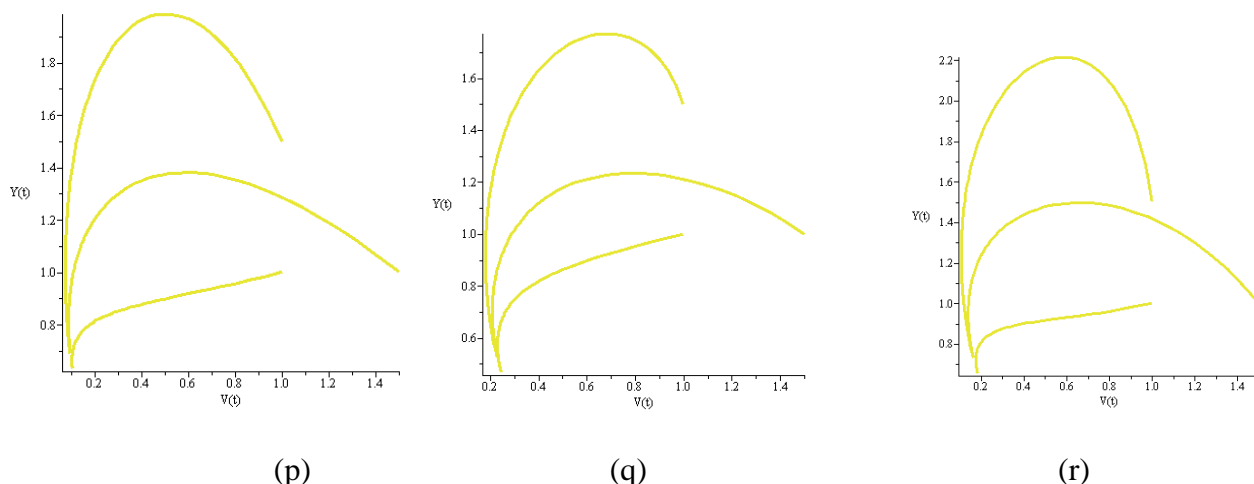


**Gambar 2.** Potret Phase  $S(t) - I(t)$ : (m) Model dengan Incidence Rate simulasi 3, (n) Model dengan Incidence Rate simulasi 4, (o) Model Awal simulasi 4

Selanjutnya, Gambar (m), (n) dan (o) menunjukkan potret phase dari individu rentan  $S(t)$  dan individu terinfeksi  $I(t)$  dengan nilai awal yang berbeda-beda dan nilai parameter simulasi 3 dan simulasi 4. Potret phase tersebut menggambarkan dinamika individu rentan dan individu terinfeksi di dalam populasi. Gambar (m) menunjukkan bahwa kontak yang terjadi antara individu rentan dan terinfeksi mulai turun di  $S(0) = 1.5$  dan  $I(0) = 1.5$  dan di  $S(0) = 1$  dan  $I(0) = 1$  juga turun menuju ekuilibrium di dalam populasi. Tetapi, Gambar (n) menunjukkan bahwa kontak yang terjadi antara individu rentan dan terinfeksi di  $S(0) = 1.5$  dan  $I(0) = 1.5$  turun melambat dan di  $S(0) = 1$  baru menunjukkan kontak menurun begitu juga  $I(0) = 1$  menuju ekuilibrium dalam populasi. Individu rentan dan individu terinfeksi pada Model *Incidence Rate* yang diberikan peningkatan pada laju individu rentan yang divaksin ( $\xi$ ) 0.8, (n), menunjukkan interaksi menurun dan lebih kecil daripada ( $\xi$ ) semula 0.35.

Lebih lanjut, Potret phase (o) memperlihatkan bagaimana Model Awal yang diberikan laju individu rentan yang divaksin ( $\xi$ ) 0.35 menunjukkan bahwa interaksi individu rentan dan individu terinfeksi masih tinggi dan lebih tinggi daripada Model dengan *Incidence Rate* bila diberikan nilai parameter yang sama.

Ini berarti bahwa Model yang diberikan *Incidence Rate* akan memperkecil kontak antara individu rentan dan individu terinfeksi sehingga individu terinfeksi menurun. Dan Model dengan *Incidence Rate* yang diberikan peningkatan pada porsi laju rentan yang divaksin ( $\xi$ ) akan mengurangi laju kontak individu rentan dan individu terinfeksi.



**Gambar 3.** Potret Phase  $V(t) - I(t)$  : (p) Model dengan Incidence Rate simulasi 3, (q) Model dengan Incidence Rate simulasi 4, (r) Model Awal simulasi 4

Dari Gambar (p), (q) dan (r) menunjukkan potret phase dari individu divaksin  $V(t)$  dan individu terinfeksi  $I(t)$  dengan nilai awal yang berbeda-beda dan nilai parameter simulasi 3 dan simulasi 4. Gambar (p) menunjukkan bahwa kontak yang terjadi antara individu yang divaksin dan terinfeksi mulai turun di  $V(0) = 0.6$  dan  $I(0) = 1.9$ ,  $V(0) = 0.6$  dan  $I(0) = 1.3$  juga turun menuju ekuilibrium di dalam populasi.

populasi. Tetapi, Gambar (q) menunjukkan bahwa kontak yang terjadi antara individu yang divaksin dan terinfeksi di  $V(0) = 0.8$  dan  $I(0) = 1.8$ ,  $V(0) = 0.8$  dan  $I(0) = 1.2$  turun melambat dan kemudian menuju ekuilibrium dalam populasi. Ini menunjukkan bahwa Kontak yang terjadi antara individu yang divaksin dan individu terinfeksi pada Model yang diberikan *Incidence Rate* dengan perbedaan perlakuan pada laju individu rentan yang divaksin ( $\xi$ ) mengalami perbedaan yang signifikan. Kontak individu yang divaksin dengan individu yang terinfeksi akan lebih lama terjadi peningkatan kontakannya jika diberikan laju individu rentan yang divaksin ( $\xi$ ) lebih besar, yaitu 0.8 daripada Gambar (p). Artinya, dengan memperbesar laju vaksin maka kontak yang terjadi antara individu yang divaksin dengan individu terinfeksi akan semakin lambat di dalam populasi.

Lebih lanjut, Gambar (q) dan (r) dapat dilihat dengan nilai parameter simulasi 4. Gambar (r) menunjukkan bahwa kontak yang terjadi antara individu yang divaksin dan terinfeksi mulai turun di  $V(0) = 0.6$  dan  $I(0) = 2.2$ ,  $V(0) = 0.6$  dan  $I(0) = 1.5$  juga turun menuju ekuilibrium di dalam populasi. Tetapi, Gambar (q) menunjukkan bahwa kontak yang terjadi antara individu yang divaksin dan terinfeksi di  $V(0) = 0.8$  dan  $I(0) = 1.8$ ,  $V(0) = 0.8$  dan  $I(0) = 1.2$  turun melambat dan kemudian menuju ekuilibrium dalam populasi. Ini menunjukkan bahwa kontak antara individu yang telah divaksin  $V(t)$  dengan individu yang terinfeksi  $I(t)$  pada Model dengan *Incidence Rate* semakin lambat dan terjadinya infeksi semakin sedikit daripada Model Awal. Artinya, Model dengan *Incidence Rate* lebih memperbesar daya vaksin dan memperkecil infeksi yang terjadi di dalam populasi daripada Model Awal.

## Kesimpulan

Pada penelitian ini telah diberikan simulasi Model Vaksinasi Transmisi Virus Influenza dengan *Incidence Rate* dan Model Vaksinasi Transmisi Virus Influenza. Simulasi yang diberikan menunjukkan bahwa dengan nilai parameter yang berbeda akan memberikan keadaan individu di dalam populasi berbeda pula dan memenuhi kondisi kestabilan Model yang diberikan. Model yang diberikan *Incidence Rate* akan membuat individu terinfeksi lebih cepat hilang di dalam populasi dan individu rentan dan terinfeksi lebih naik jumlahnya di dalam populasi daripada Model Awal tanpa *Incidence Rate*. Hasil analisis pada Teorema 4 juga menunjukkan bahwa tidak memuat orbit periodik untuk kelas populasi yang divaksin dengan  $V > 0$ . Ini berarti bahwa individu yang divaksin tetap ada tetapi tidak beresilasi secara periodik.

## Referensi

- [1] D. J. D. Earn, J. Dushoff, and S. A. Levin, "Ecology and evolution of the flu," *Trends Ecol. Evol.*, vol. 17, no. 7, pp. 334–340, 2002.
- [2] R. A. Lamb, "Genes and Proteins of the Influenza Viruses," *Influ. Viruses*, pp. 1–87, 1989, doi: 10.1007/978-1-4613-0811-9\_1.
- [3] R.G. Webster and B.R. Murphy, "Orthomyxoviruses, in Fields Virology, 3rd ed., B. N. Fields D.M.Knipe, P. M. Howley, et.al., eds," *Lippincott-Raven Publ.*, pp. 1397–1445, 1996.
- [4] S. F. Regan and C. Fowler, "Influenza. Past, present, and future.," *J. Gerontol. Nurs.*, vol. 28, no. 11, pp. 30–37; quiz 52, 2002.
- [5] I. Grotto et al., "Influenza vaccine efficacy in young, healthy adults," *Clin. Infect. Dis.*, vol. 26, no. 4, pp. 913–917, 1998, doi: 10.1086/513934.
- [6] V. Andreasen, J. Lin, and S. A. Levin, "The dynamics of cocirculating influenza strains conferring partial cross-immunity.," *J. Math. Biol.*, vol. 35, no. 7, pp. 825–842, 1997, doi: 10.1007/s002850050079.
- [7] H. W. Hethcote, "The Mathematics of Infectious," *Society*, vol. 42, no. 4, pp. 599–653, 2000.
- [8] S. M. Moghadas, "Modelling the effect of imperfect vaccines on disease epidemiology," *Discret. Contin. Dyn. Syst. - Ser. B*, vol. 4, no. 4, pp. 999–1012, 2004, doi: 10.3934/dcdsb.2004.4.999.
- [9] M. E. Alexander, C. Bowman, S. M. Moghadas, R. Summers, A. B. Gumel, and B. M. Sahai, "A vaccination model for transmission dynamics of influenza," *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.*, vol. 3, no. 4, pp. 503–524, 2004, doi: 10.1137/030600370.
- [10] G. J. Olsder, *Mathematical System Theory*. Delftse Uitgevers Maatschappij, CW Delft, Netherlands, 1994.
- [11] O. Osuna and G. Villaseñor, "On the Dulac functions," *Qual. Theory Dyn. Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 43–49, 2011, doi: 10.1007/s12346-011-0036-y.

- [12] S. Balamuralitharan and M. Radha, "Bifurcation analysis in SIR epidemic model with treatment," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1000, no. 1, 2018, doi: 10.1088/1742-6596/1000/1/012169.
- [13] A. D. Anggoro, "Pemodelan SIRPS untuk Penyakit Influenza dengan Vaksinasi pada Populasi Konstan," Universitas Negeri Semarang, 2013.
- [14] W. Hahn, *Stability of Motion*. Springer-Verlag, 1967.
- [15] L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems*, Third Edit. Springer, 2009.
- [16] S. Balamuralitharan and M. Radha, "Bifurcation analysis in SIR epidemic model with treatment," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1000, no. 1, 2018, doi: 10.1088/1742-6596/1000/1/012169.